



Exposé

École de Tlemcen 2MTE : Modèles Mathématiques pour le Traitement de l'Eau

(07-11 Février 2010)

Projet : TREASURE & AIRES-Sud

**Modélisation des Produits Microbiens Solubles (SMP)
dans un BRM anaérobie**

**BENYAHIA Boumediène, 1^{ère} année Doctorat en Automatique
(Cotutelle : Université de Tlemcen, ALGERIE et université UM2, FRANCE)**

Thème : Modélisation et contrôle des procédés biologiques à membranes

Encadré par :

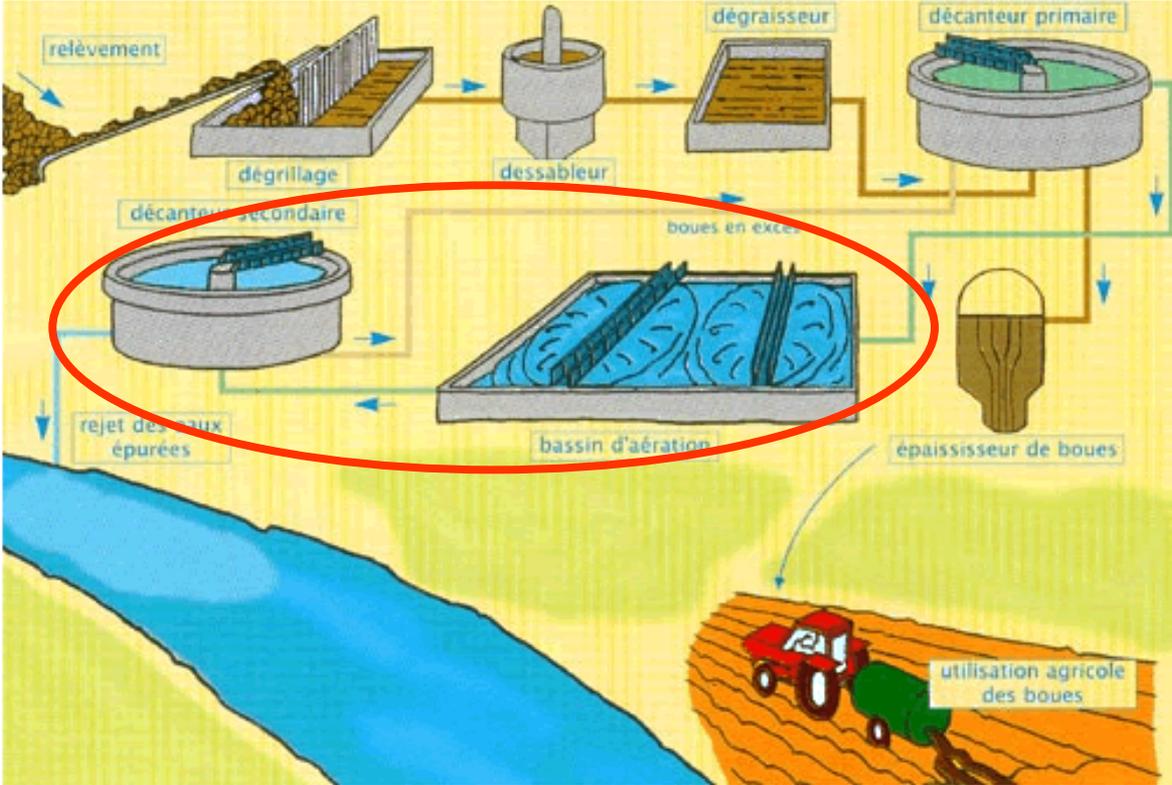
Brahim CHERKI : Laboratoire d'Automatique de Tlemcen (LAT)

Jérôme HARMAND : Laboratoire de Biotechnologie de l'Environnement (LBE), INRA

Tewfik SARI : Projet INRA-INRIA MERE, UMR SupAgro, Montpellier.

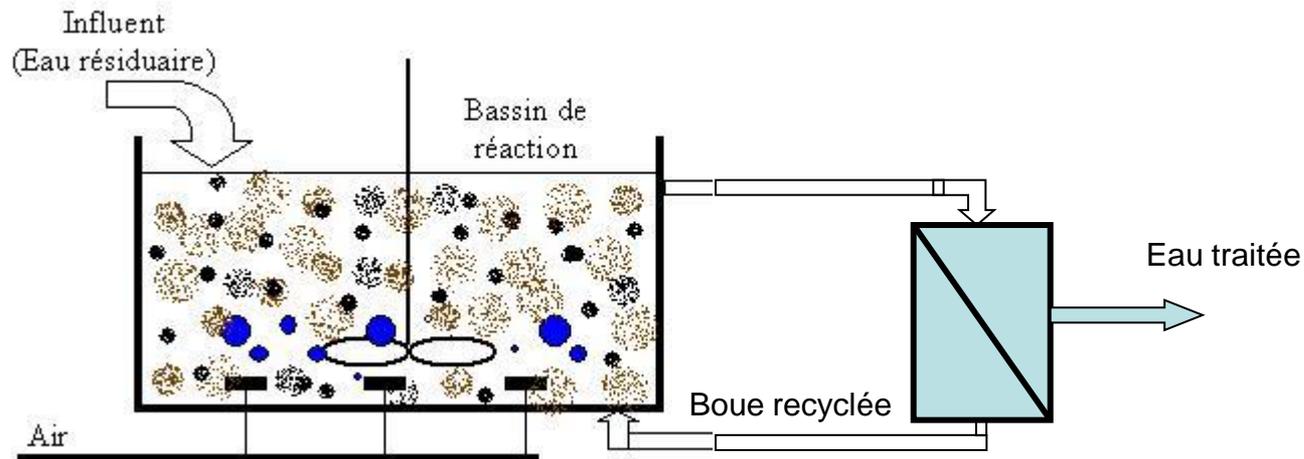
Introduction :

Schéma de STEP :



Les Bioréacteurs Membranaires (BRM) ... pourquoi ?

Un intérêt grandissant pour les BRM – aperçu et quelques chiffres :



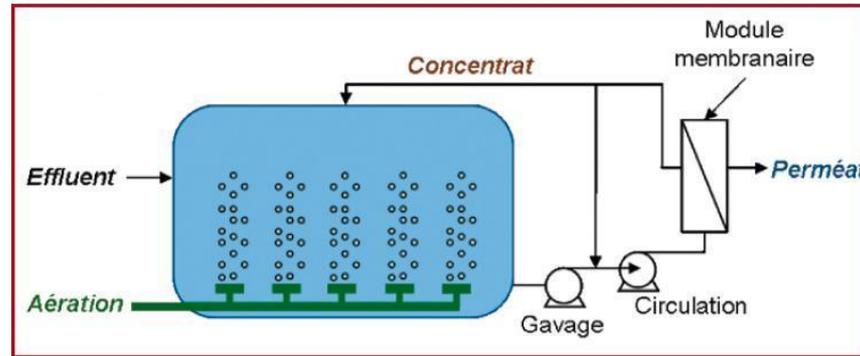
- De nouveaux procédés : remplacer [la séparation par décantation](#) par [une séparation membranaire](#).

Les Bioréacteurs Membranaires

Réutilisation des eaux usées dans le domaine d'agriculture

Configurations des BRM

BRM à boucle externe :

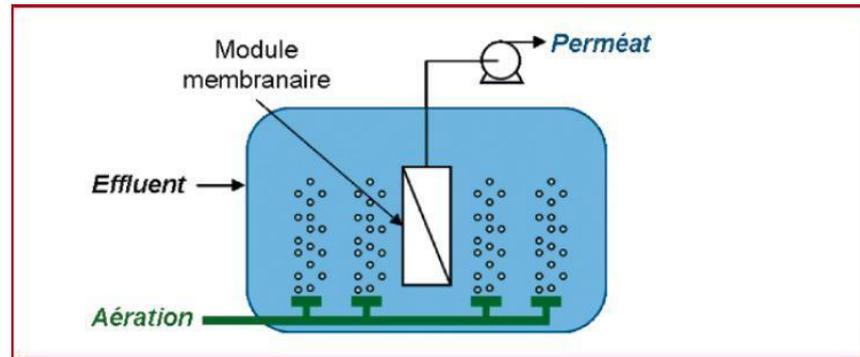


Dépense énergétique :

Élevée ☹

Faible ☺

BRM immergé :



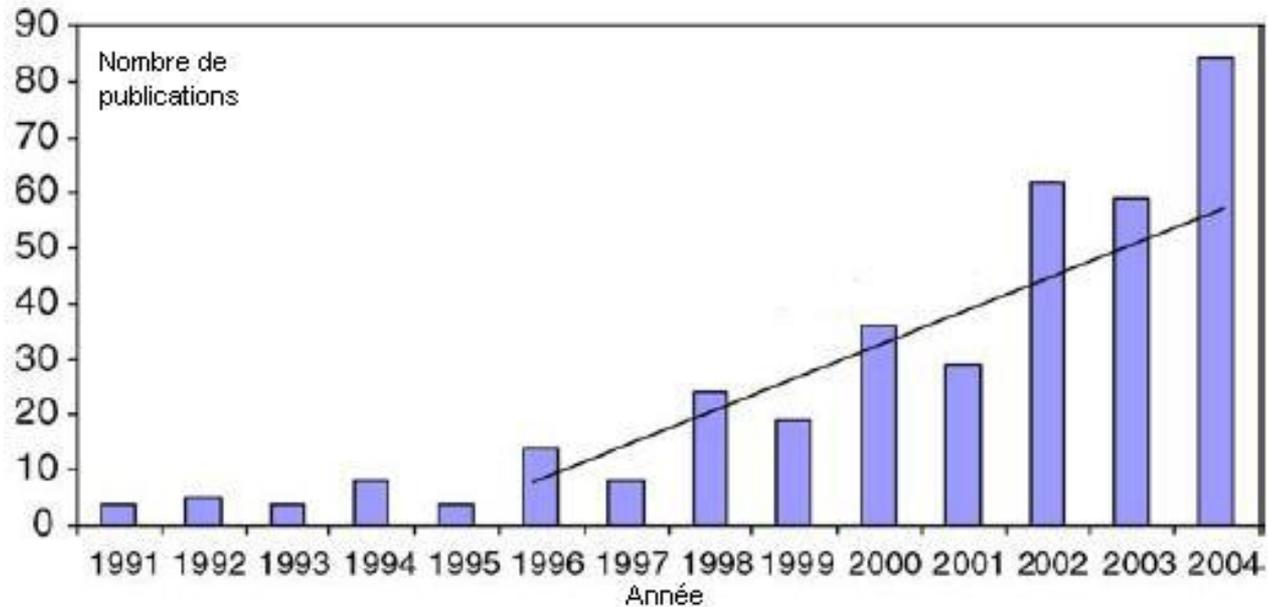
Capacité de traitement :

Élevée ☺

Faible ☹

Quelques chiffres sur les application des BRM :

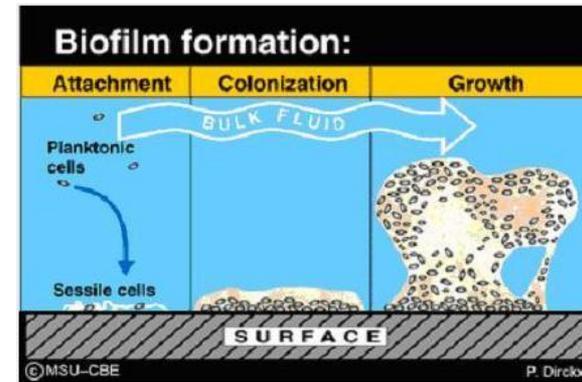
Un total de 339 articles scientifiques de 1991 à 2004.



Grand intérêt apporté aux applications des BRM dans le traitement des eaux usées
i) **Municipales**, ii) **Industrielles**.

Bioréacteurs membranaires et le traitement anaérobie :

- La capacité de traitement des eaux usées est reliée directement à X.
- Biofilms anaérobie à lit fixe ou granulaire est un moyen fiable (dans des conditions normales)



MAIS, avec le fort développement de l'industrie : EAUX usées de caractéristiques complexes.

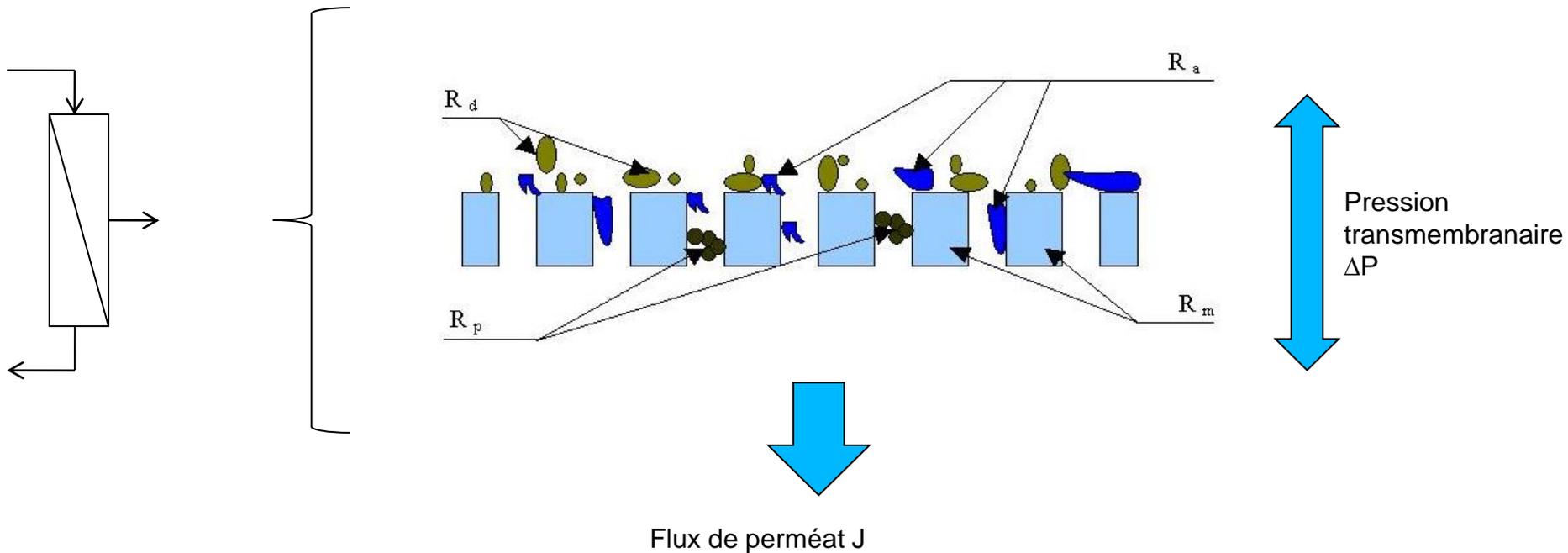
- Températures élevées.
 - Importantes charges organiques polluantes et mêmes des sels.
- L'immobilisation de la biomasse anaérobie et la formation des granules sont peut être difficiles (à cause des hautes températures) (D. Jeison 2007)
- Réduction de la vitesse de décantation des particules dispersées (à cause de la grande densité des eaux usées en sels).
- Limitations des bioréacteurs granulaires (à cause des matières en suspension : empêchent la distribution du liquide en diluant le lit de boue par des matières inertes).
- Non rétention des petits microorganismes spécifiques pour le traitement (par exemple l'Oléate dans le cas de traitement des AG de longues chaînes (Hwu et al. 1998))

Les BRM couplés au traitement anaérobie apparaissent comme une technologie prometteuse afin de réutiliser les eaux usées en agriculture et en industrie.

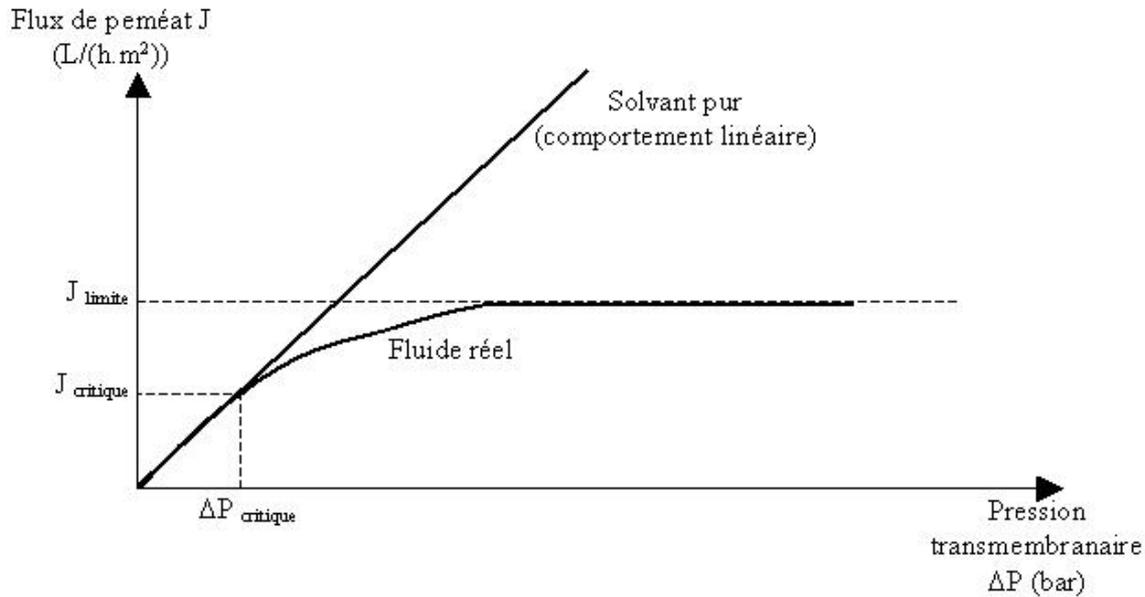
Le colmatage des BRM

Les BRM anaérobie : Un intérêt grandissant pour leur application dans le traitement des eaux usées.

MAIS ... le colmatage de la membrane reste un handicap pour les BRM !?



Variation du flux J en fonction de la pression transmembranaire ΔP :



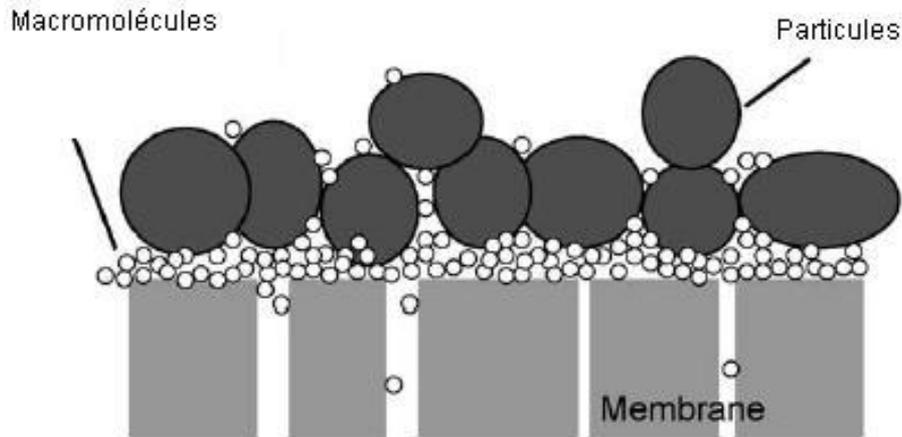
Modéliser le colmatage : loi de Darcy associée au modèle de résistances en série :

$$J = \frac{\Delta P}{\mu(R_m + R_d + R_a + R_p)}$$

μ : viscosité

R_i : résistances

$\rightarrow R \nearrow J \searrow$ à $\Delta P = \text{constante}$



Les Produits Microbiens Solubles (SMP : *Soluble Microbial Products*) sont des colmatants majeurs de la membrane.

Depuis 2001, plusieurs études s'intéressent au colmatage dû aux SMP (D'après P. LE-CLECH et al. 2006 : Geng et Hall 2007, S. Rosenberger et al. 2005, Ng et al. 2007, Sperandio et al. 2005, Jang et al. 2006, Zhang et al. 2006, Trussell et al. 2006).

Les SMP (Soluble Microbial Products)...?

Les SMP : terme utilisé par plusieurs auteurs sans définition précise (D. Barker et D. Stuckey 1999) !!

Noguera et al. (1994) définissent *les SMP comme l'ensemble des composants organiques restant dans la solution à partir de la dégradation complète du substrat (généralement avec une croissance de la biomasse) et de la mortalité de la biomasse.*

Les SMP n'existaient pas en influent.

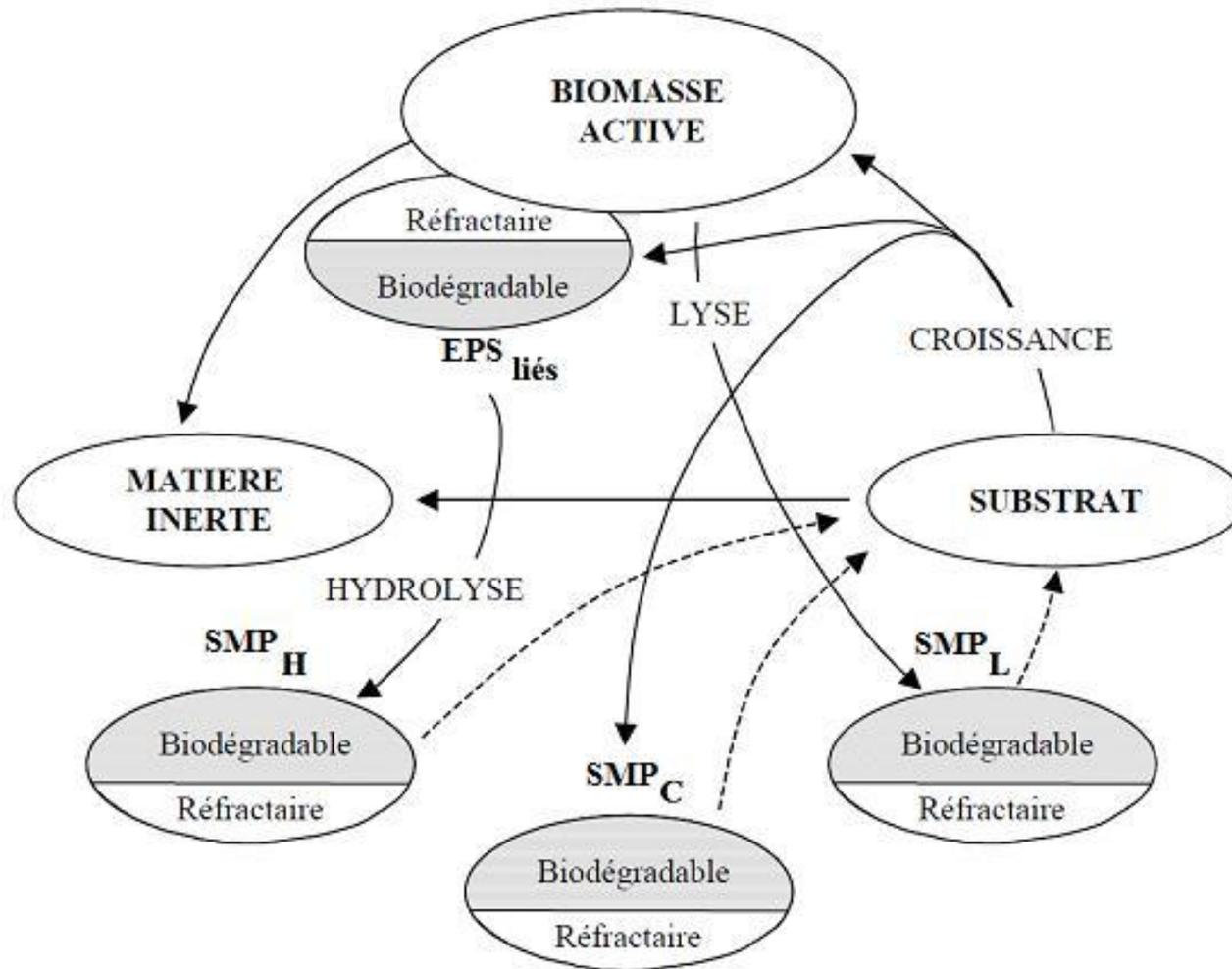
Les systèmes anaérobies : les $AGV \notin SMP$:

$$SMP = DCO \text{ résiduel} - AGV [DCO]$$

(Kuo et Parkin 1996, Kuo et al. 1996, S.F. Aquino et D.C. Stuckey 2008)



Comment les SMP sont 'produits et substrats' dans le BRM ?



Les SMP ... d'où?

$$\text{SMP} = \text{UAP} + \text{BAP}$$

Utilisation Associated Products

Produits provenant de métabolisme du substrat et de la croissance de la biomasse.

Le taux de production est proportionnel au taux d'utilisation de S.

Biomass Associated Products

Produits provenant de la lyse de la biomasse.

Le taux de production est proportionnel à la concentration X.



Modélisation des SMP dans les systèmes aérobies

Beaucoup de travaux ont été publiés :

- Basés sur la modification des ASM + SMP.
- validés dans des cas particulier sur des données expérimentales.

Parmi ces travaux, on peut citer les références suivantes :

- **Furumai et Rittmann, (1992):** *ASM1 + SMP.*
- **V. Urbain et al. (aussi V. de Silva et al.), (1998):** *ASM1 + SMP (MBR).*
- **Lu et al. (2001) :** *modèle hybride ASM1 + SMP*
- **K.P. Oliveira-Esquerre et al. (2006):** *ASM3 + SMP (MBR).*
- **T. Jiang et al. (2008) :** *ASM2d + SMP .*
- **G. Di Bella et al. (2008) :** *ASM1 + SMP + colmatage (MBR immergé).*

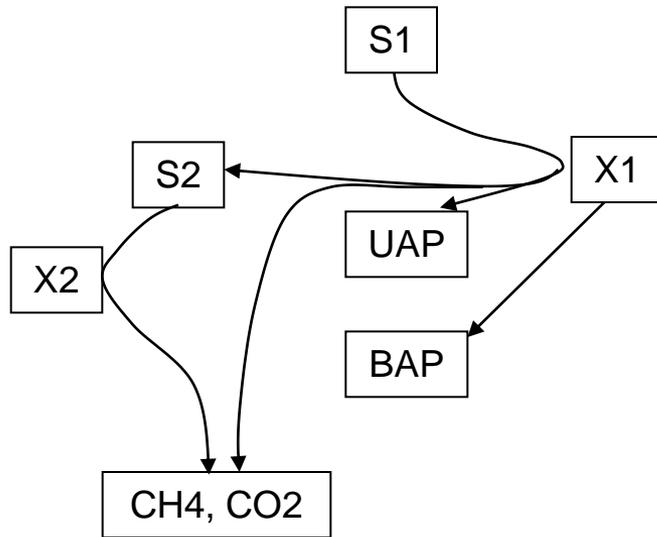
Modélisation des SMP dans les systèmes anaérobies

Au contraire, en anaérobie, les SMP :

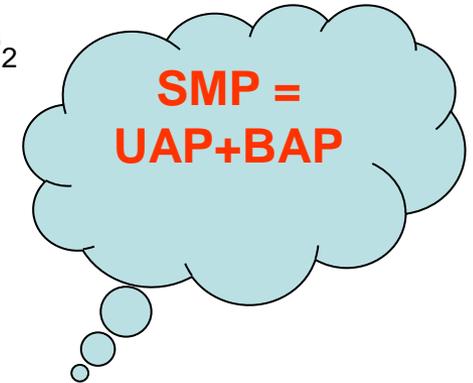
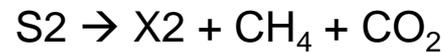
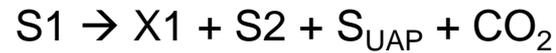
- Pas encore largement étudiés.
- Peu de modèles sont développés et PAS POUR LES BRM (d'après notre connaissance).



Le premier modèle pour prédire l'accumulation des SMP dans un système anaérobie a été proposé par [Noguera et al \(1994\)](#)



Schémas réactionnels :



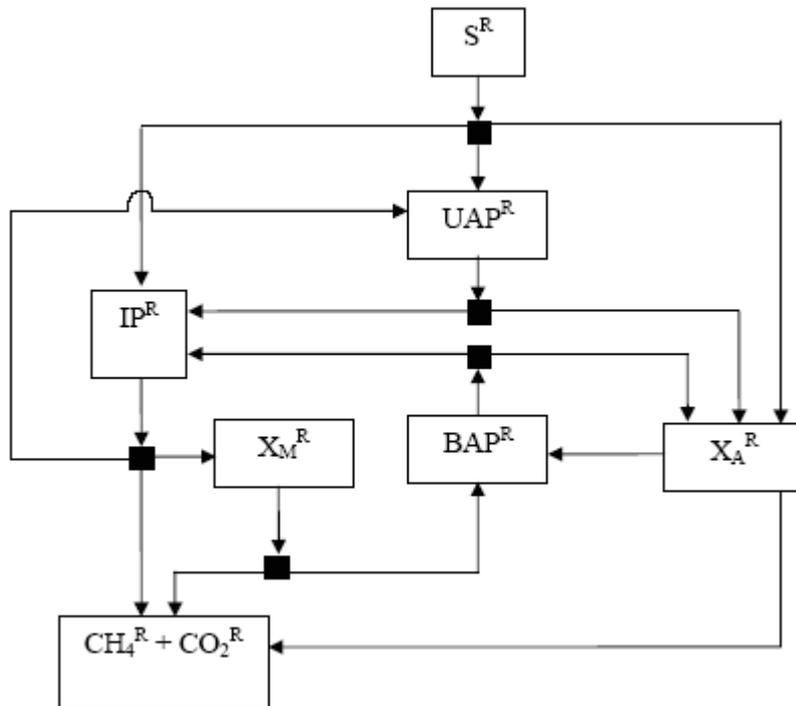
Le modèle ne prend pas en compte

- la production de S_{UAP} et S_{BAP} à partir de l'utilisation de l'acétate (S2).
- la dégradation de S_{UAP} et S_{BAP} (c-à-d SMP).

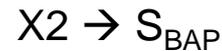
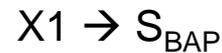
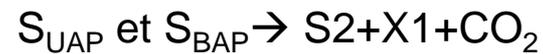
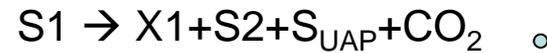
Barker et Stuckey (2001) ont développé le modèle précédent en prenant en compte :

- La production de S_{UAP} par $X1$ et $X2$ en dégradant $S1$ et $S2$ respectivement.
- La production de S_{BAP} à partir de la lyse de $X1$ et $X2$.
- La dégradation de S_{UAP} et S_{BAP} par $X1$.

**SMP =
UAP+BAP**



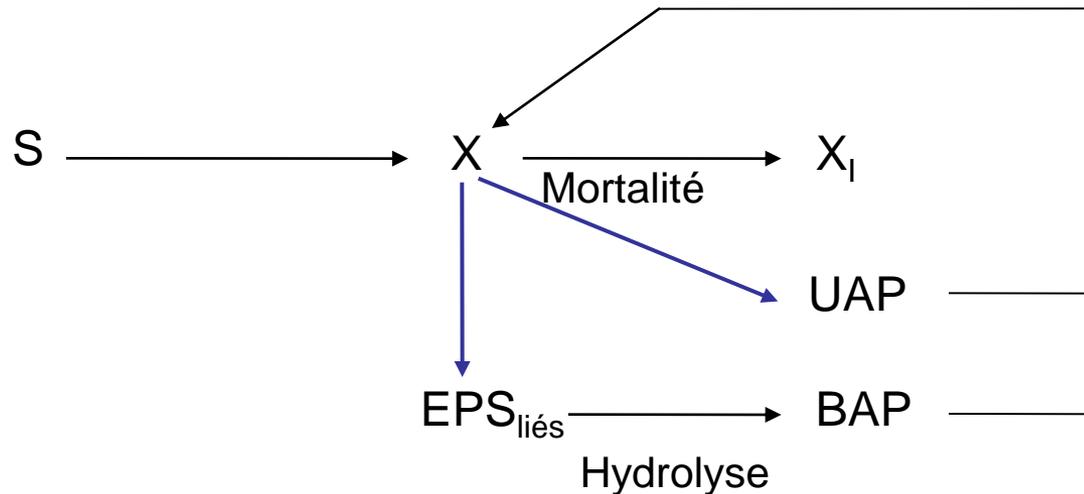
Schémas réactionnels :



Réf. (S.F. DE AQUINO 2004)

Lapidou et Rittmann (2002) ont proposé une théorie unifiée sur la production et la dégradation des SMP avec la formation des substances Polymériques Extracellulaires EPS pour un système aérobie.

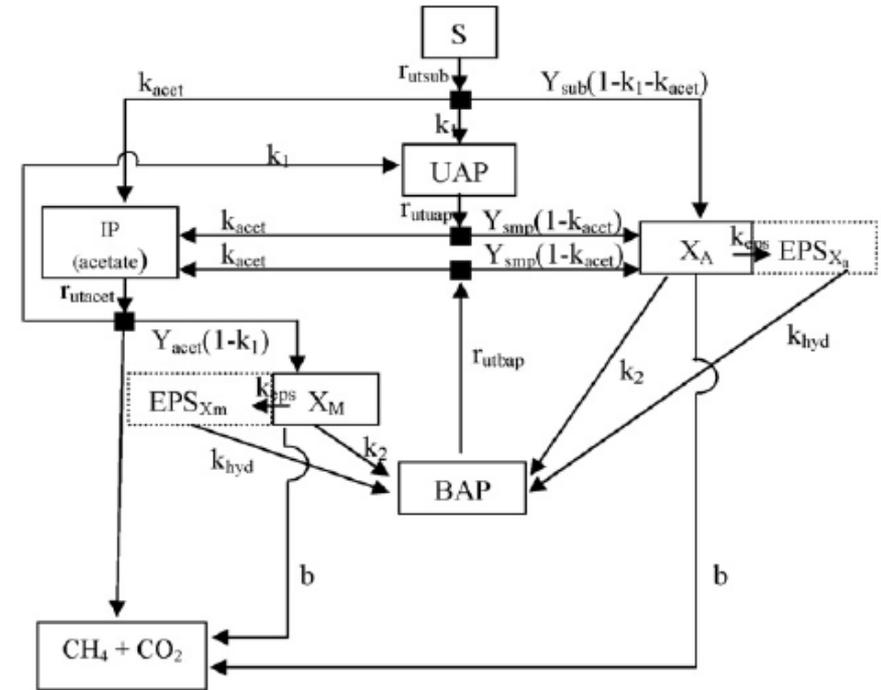
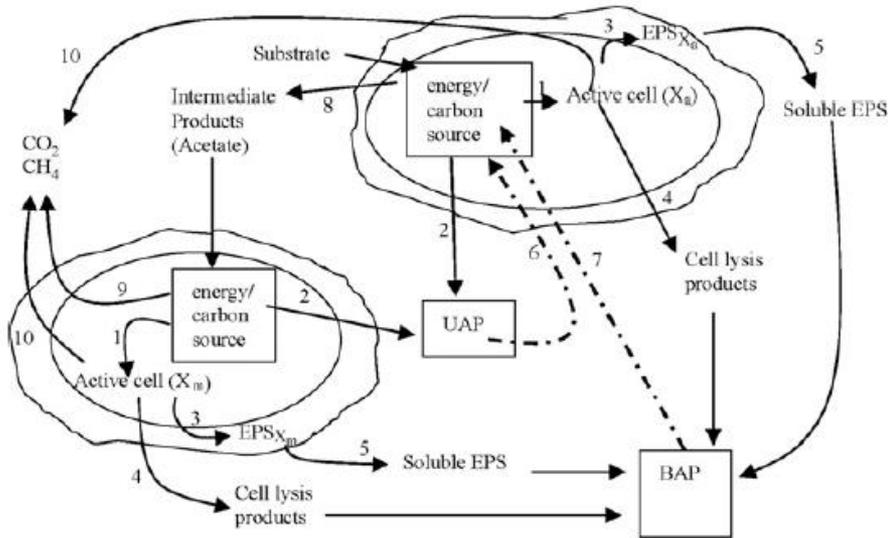
Ils considèrent les EPS, SMP et X_I dans leur théorie :



Propositions :

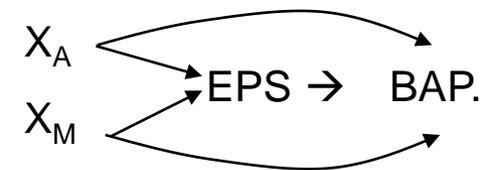
- X produit en même temps les $EPS_{liés}$ et les UAP.
- On suppose que les $EPS_{liés}$ sont la seule source des BAP.
- La formation des $EPS_{liés}$ est proportionnelle à l'utilisation du substrat (associée à la croissance).
- Les SMP et les $EPS_{solubles}$ sont identiques dans le système.

S. Aquino et al. (2008) : Développer plus le modèle proposé par Barker et Stuckey en incorporant le concept de la formation et de la dégradation des EPS comme il est suggéré par Laspidou Rittmann dans leur théorie unifiée.



Réf. (S. Aquino et D. Stuckey 2008)

Les EPS_{solubles} sont considérées comme une partie des SMP :



Objectif de notre travail

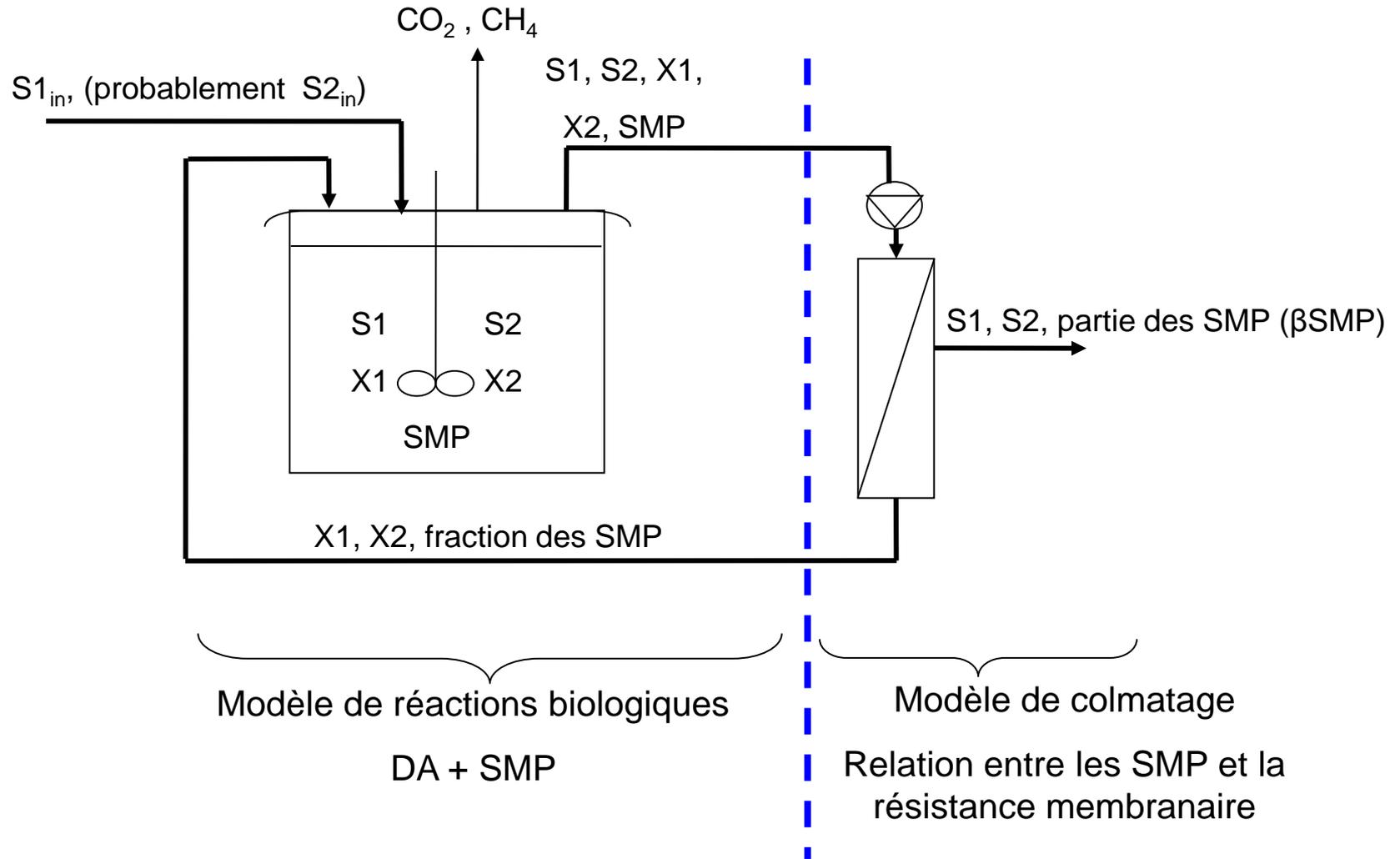
- Développer un modèle intégré (AMOCO modifié + modèle de colmatage) d'un BRM anaérobie → but : faire du contrôle.

Originalité du modèle proposé :

- La SMP : des modèles en aérobie, peu en anaérobie et pas de travaux sur les MBR anaérobies (*Noguera et al. 1994, Barker et Stuckey 2001, Aquino et Stuckey 2008*).
- Les modèles SMP en digestion anaérobie :
complexes → difficile de faire du contrôle.
Le modèle proposé est souple → permettre de faire du contrôle
- Le modèle proposé : SMP + modèle de colmatage (caractéristiques d'un BRM).



L'approche proposée :



Commencer à partir du modèle AMOCO proposé par O. Bernard et al. :



Notons $\xi = [S_1, X_1, S_2, X_2]$ le vecteur des variables d'état

$$\dot{S}_1 = D(S_{1in} - S_1) - k_1 \mu_1(S_1) X_1 \quad (1)'$$

$$\dot{X}_1 = [\mu_1(S_1) - \alpha D] X_1 \quad (2)'$$

$$\dot{S}_2 = D(S_{2in} - S_2) - k_3 \mu_2(S_2) X_2 + k_2 \mu_1(S_1) X_1 \quad (3)'$$

$$\dot{X}_2 = [\mu_2(S_2) - \alpha D] X_2 \quad (4)'$$

S_1 : Matière organique à dégrader avec S_{1in} la concentration en influent.

X_1 : Biomasse Acidogénèse

S_2 : Acides Volatiles Gras avec S_{2in} la concentration en influent.

X_2 : Biomasse Méthanogénèse.



Hypothèses pour concevoir le modèle DA + SMP du BRM :

- Le bioréacteur est un CSTR.
 - Rétention totale des biomasses X1 et X2 par la membrane (donc pas de X en effluent). Pas de $-DX$ dans le modèle d'équilibre des masses.
 - Prendre en compte le taux de mortalité k_m de la biomasse.
 - Considérer S_{SMP} comme une seule concentration globale :
 - Une fraction (macromolécules) est retenue par la membrane : considérer dans l'équation d'équilibre des masses de S_{SMP} : $-\beta DS_{SMP}$. Avec $0 \leq \beta \leq 1$
- $\beta = 0$: rétention totale des SMP par la membrane.
- $\beta = 1$: passage libre des SMP à travers la membrane.

$$\dot{X}_i = \mu_i(S_i)X - \cancel{DX} + k_m X$$

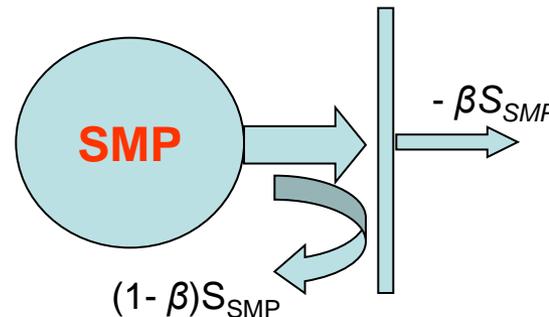
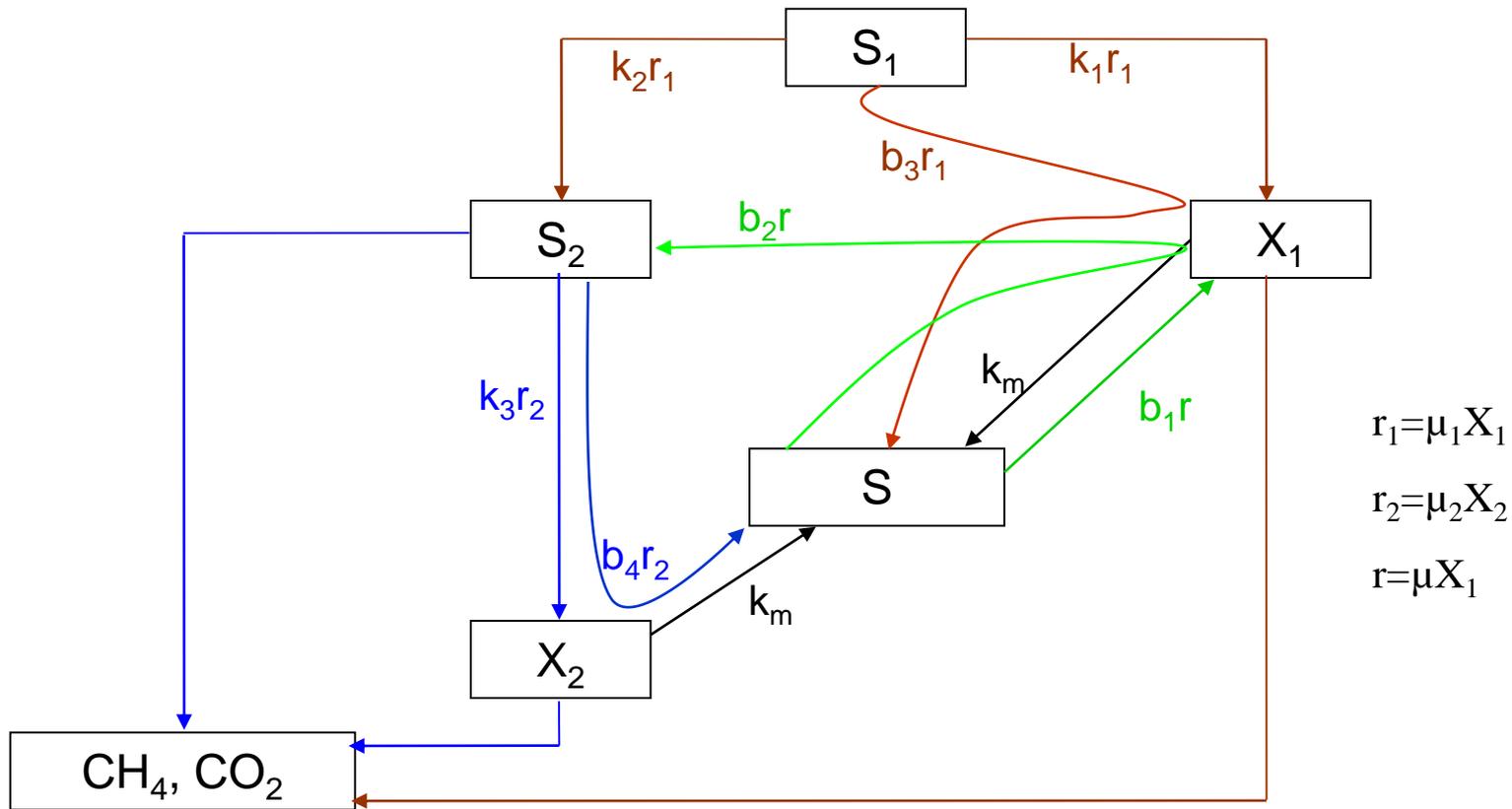
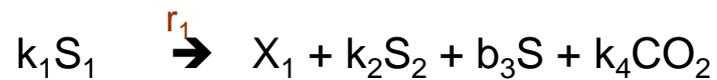


Schéma de flux des électrons à partir du substrat original : (Notons $S_{SMP} = S$)



Schémas réactionnels :



Le modèle proposé : Notons $\xi = [S_1, X_1, S_2, X_2, S]$ le vecteur des variables d'état

$$\dot{S}_1 = D(S_{1in} - S_1) - k_1 \mu_1(S_1) X_1 \quad (1)$$

$$\dot{X}_1 = [\mu_1(S_1) \quad -\alpha D] X_1 \quad (2)$$

$$\dot{S}_2 = D(S_{2in} - S_2) - k_3 \mu_2(S_2) X_2 + [k_2 \mu_1(S_1) \quad] X_1 \quad (3)$$

$$\dot{X}_2 = [\mu_2(S_2) \quad -\alpha D] X_2 \quad (4)$$

Avec : $0 < \beta < 1$ pour modéliser la partie physique des SMP

$$\mu_1(S_1) = \mu_{\max 1} \frac{S_1}{K_1 + S_1} \quad ; \quad \mu_2(S_2) = \mu_{\max 2} \frac{S_2}{\frac{S_2^2}{K_1} + S_2 + K_2} \quad ; \quad \mu(S) = \mu_{\max} \frac{S}{K_3 + S}$$



Analyse analytique du modèle : Les équilibres

Pour trouver les équilibres analytiquement, il faut mettre toutes les dérivées = 0 :

$$0 = D(S_{1in} - S_1) - k_1\mu_1(S_1)X_1 \quad (1)$$

$$0 = [\mu_1(S_1) + \mu(S) - k_m]X_1 \quad (2)$$

$$0 = D(S_{2in} - S_2) - k_3\mu_2(S_2)X_2 + [k_2\mu_1(S_1) + b_2\mu(S)]X_1 \quad (3)$$

$$0 = [\mu_2(S_2) - k_m]X_2 \quad (4)$$

$$0 = [b_3\mu_1(S_1) + k_m - b_1\mu(S)]X_1 + [b_4\mu_2(S_2) + k_m]X_2 - \beta DS \quad (5)$$

$$\mu_1(0) = \mu_2(0) = \mu(0) = 0$$

μ_1 et μ sont croissantes majorées par μ_{1max} et μ_{max} respectivement.

μ_2 est croissante pour $S_2 < S_{2max}$, atteint son maximum $\bar{\mu}_2 = \mu_2(S_{2max})$ puis décroissante vers 0 pour $S_2 > S_{2max}$



Résoudre 5 équations à 5 inconnues !! (*Difficile, les équations sont couplées!!*)

L'équation (2) équivaut à :

$$\mu_1 + \mu - k_m = 0 \text{ ou } X_1 = 0$$

L'équation (4) équivaut à :

$$\mu_2 - k_m = 0 \text{ ou } X_2 = 0$$

il y a 3 cas à considérer :

- 1) $X_1 = 0$
- 2) $X_1 > 0$ et $X_2 = 0$
- 3) $X_1 > 0$ et $X_2 > 0$

Soit $k_m < \mu_{1\max}$, on note λ_1 la racine de $\mu_1(S_1) = k_m$

Soit $k_m < \mu_{2\max}$, on note λ_{21} et λ_{22} les racine de $\mu_2(S_2) = k_m$

Si $k_m = \bar{\mu}_2$, alors on a $\lambda_{21} = \lambda_{22}$



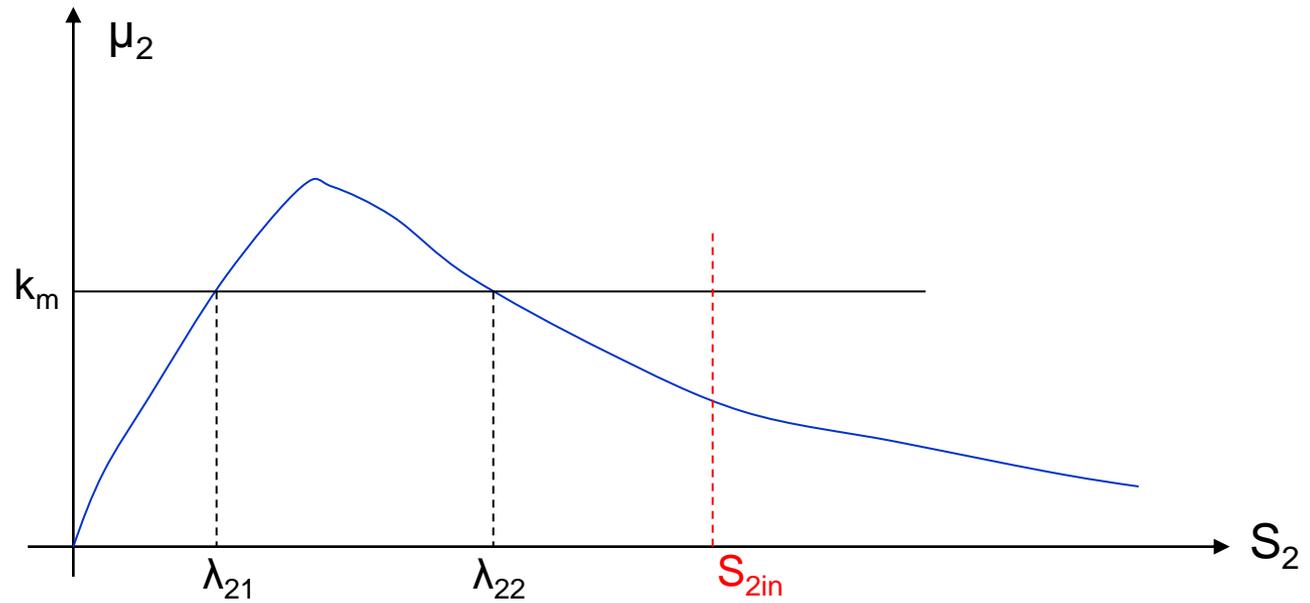
- $X_1 = 0$, alors on a le lemme suivant.

Lemme 1 : les équilibres (S_1, X_1, S_2, X_2, S) du système sont :

- L'équilibre de lessivage de X_1 et X_2 : $E_{00} = (S_{1in}, 0, S_{2in}, 0, 0)$.
- L'équilibre de lessivage de X_1 mais pas de X_2 : $E_{0i} = (S_{1in}, 0, \lambda_{2i}, X_{2i}, S^*_i)$, $i=1$ ou 2 , où :

$$X_{2i} = \frac{D}{k_3 k_m} (S_{2in} - \lambda_{2i}), \quad S^*_i = \frac{1+b_4}{\beta k_3} (S_{2in} - \lambda_{2i})$$

Qui existe ssi : $S_{2in} > \lambda_{2i}$



Étude de la stabilité locale de l'équilibre de lessivage de X_1 et X_2 : Calcul de la Jacobien (linéarisation du système autour de $E_0 = (S_{1in}, 0, S_{2in}, 0, 0)$.)

$$J = \begin{bmatrix} -D & -k_1\mu_1(S_{1in}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1(S_{1in}) - k_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2\mu_1(S_{1in}) & -D & -k_3\mu_2(S_{2in}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_2(S_{2in}) - k_m & 0 \\ 0 & b_3\mu_1(S_{1in}) + k_m & 0 & b_4\mu_2(S_{2in}) + k_m & -\beta D \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres sont : $-D$, $\mu_1(S_{1in}) - k_m$, $-D$, $\mu_2(S_{2in}) - k_m$, $-\beta D$

Le système est Localement Asymptotiquement Stable au tour de l'équilibre de lessivage si :

$\mu_1(S_{1in}) < k_m$ et $\mu_2(S_{2in}) < km$ (c'est-à-dire pas de Biomasse dans le bioréacteur)



• Si : $X_1 > 0$ et $X_2 = 0$, alors on a le lemme suivant.

Lemme 2 : Si : $X_1 > 0$ et $X_2 = 0$, alors on a $0 < S_1 < S_{1in}$, $S_2 > 0$ et $S > 0$. De plus, S_1 et S sont solutions du système d'équations :

$$f(S_1, S) = \mu_1(S_1) + \mu(S) - k_m = 0$$

$$g(S_1, S) = [S_{1in} - S_1][b_3\mu_1(S_1) + k_m - b_1\mu(S)] - \beta k_1 S \mu_1(S_1) = 0$$

Et X_1 et X_2 sont donnés par les formules :

$$X_1 = D \frac{S_{1in} - S_1}{k_1 \mu_1(S_1)}$$

$$S_2 = S_{2in} + [k_2 \mu_1(S_1) + b_2 \mu(S)] \frac{S_{1in} - S_1}{k_1 \mu_1(S_1)}$$

Preuve :

$$0 = D(S_{1in} - S_1) - k_1 \mu_1(S_1) X_1 \quad (1)$$

$$0 = [\mu_1(S_1) + \mu(S) - k_m] X_1 \quad (2)$$

$$0 = D(S_{2in} - S_2) + [k_2 \mu_1(S_1) + b_2 \mu(S)] X_1 \quad (3)$$

$$0 = \dots \quad (4)$$

$$0 = [b_3 \mu_1(S_1) + k_m - b_1 \mu(S)] X_1 - \beta D S \quad (5)$$



• Si : $X_1 > 0$ et $X_2 > 0$, alors on a le lemme suivant.

Lemme 3 : Si : $X_1 > 0$ et $X_2 > 0$, alors on a $0 < S_1 < S_{1in}$, $S_2 = \lambda_{2i}$ (c'est-à-dire S_2 est une solution de $\mu_2(S_2) = k_m$) et $S > 0$. De plus, S_1 et S sont solutions du système d'équations :

$$f(S_1, S) = \mu_1(S_1) + \mu(S) - k_m = 0$$

$$h(S_1, S) = [S_{1in} - S_1] \left[\left(b_3 + \frac{1+b_4}{k_3} k_2 \right) \mu_1(S_1) + k_m + \left(\frac{1+b_4}{k_3} b_2 - b_1 \right) \mu(S) \right] + \left[\frac{1+b_4}{k_3} (S_{2in} - \lambda_{2i}) - \beta S \right] k_1 \mu_1(S_1) = 0$$

et X_1 et X_2 sont donnés par les formules :

$$X_1 = D \frac{S_{1in} - S_1}{k_1 \mu_1(S_1)}, \quad X_2 = D \frac{[S_{1in} - S_1] [k_2 \mu_1(S_1) + b_2 \mu(S)] + (S_{2in} - \lambda_{2i}) k_1 \mu_1(S_1)}{k_1 k_3 k_m \mu_1(S_1)}$$

Preuve :

$$0 = D(S_{1in} - S_1) - k_1 \mu_1(S_1) X_1 \quad (1)$$

$$0 = [\mu_1(S_1) + \mu(S) - k_m] X_1 \quad (2)$$

$$0 = D(S_{2in} - S_2) - k_3 \mu_2(S_2) X_2 + [k_2 \mu_1(S_1) + b_2 \mu(S)] X_1 \quad (3)$$

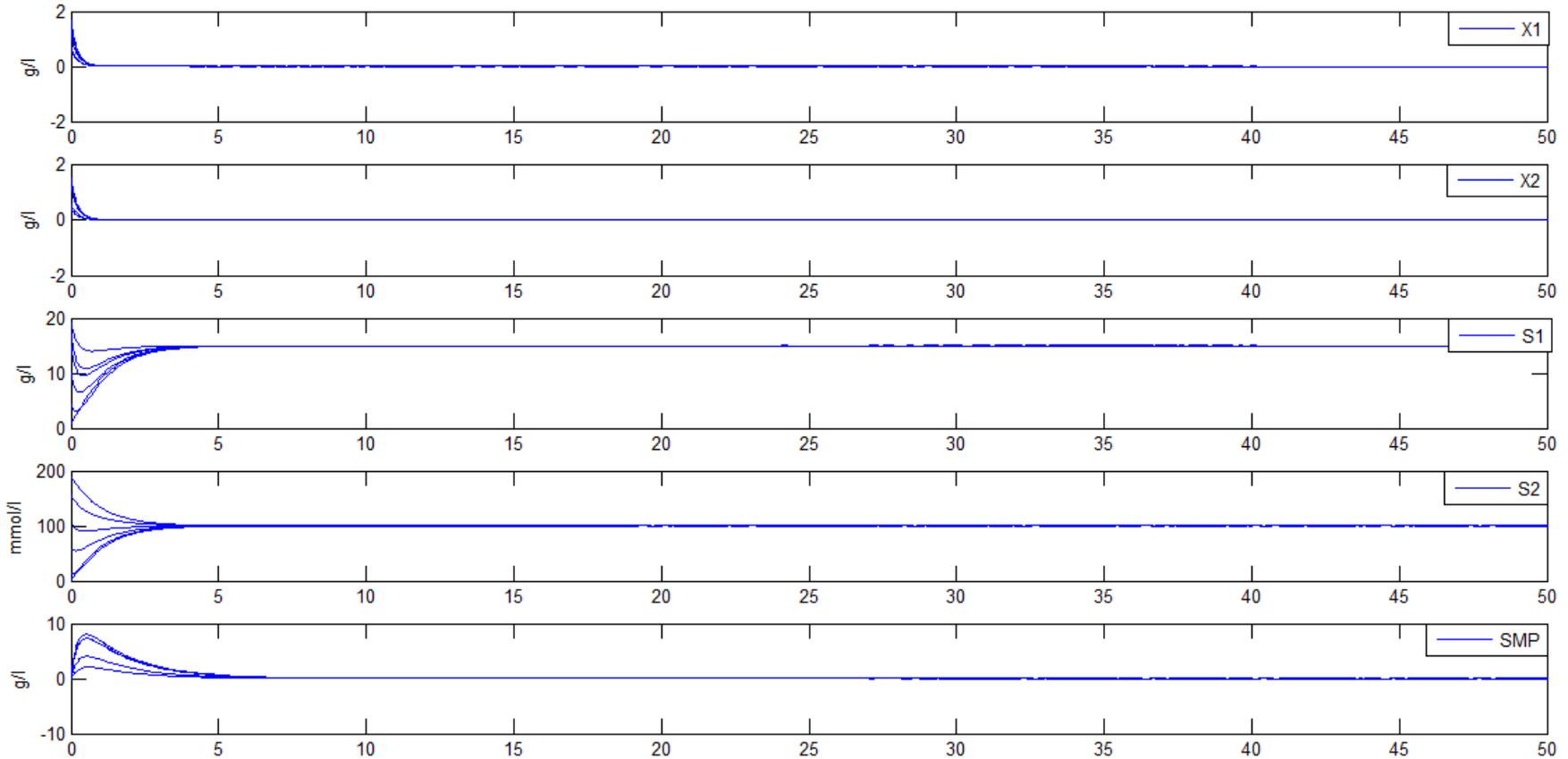
$$0 = [\mu_2(S_2) - k_m] X_2 \quad (4)$$

$$0 = [b_3 \mu_1(S_1) + k_m - b_1 \mu(S)] X_1 + [b_4 \mu_2(S_2) + k_m] X_2 - \beta D S \quad (5)$$

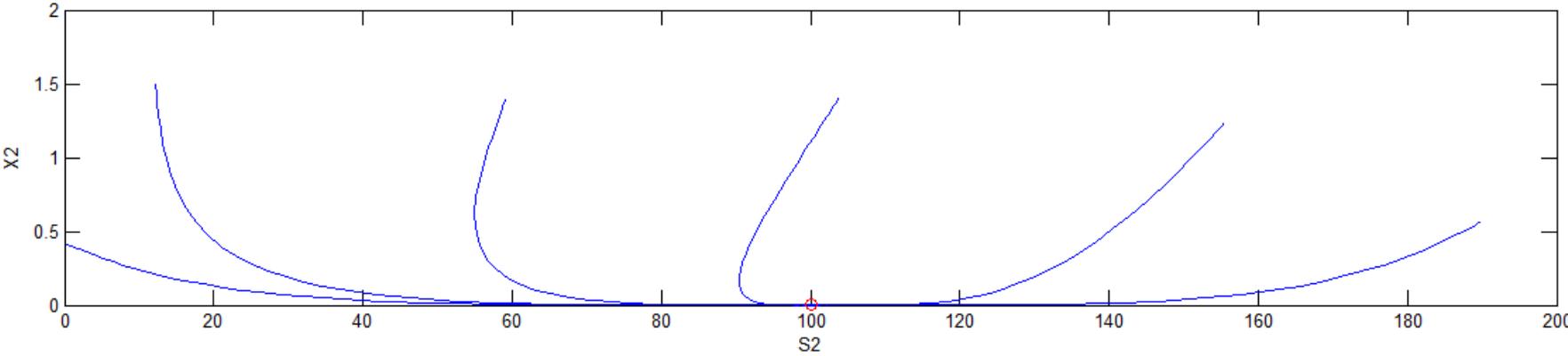
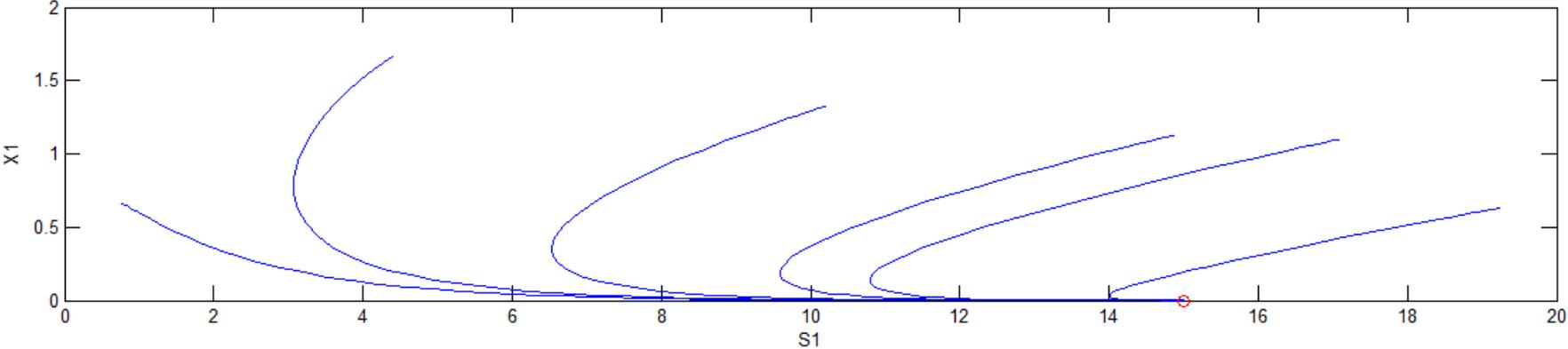


Quelques résultats de simulation : Lessivage :

$k_m > \mu_{\max 1}$, $k_m > \mu_{\max 2}$, $k_m > \mu_{\max}$ et différentes conditions initiales

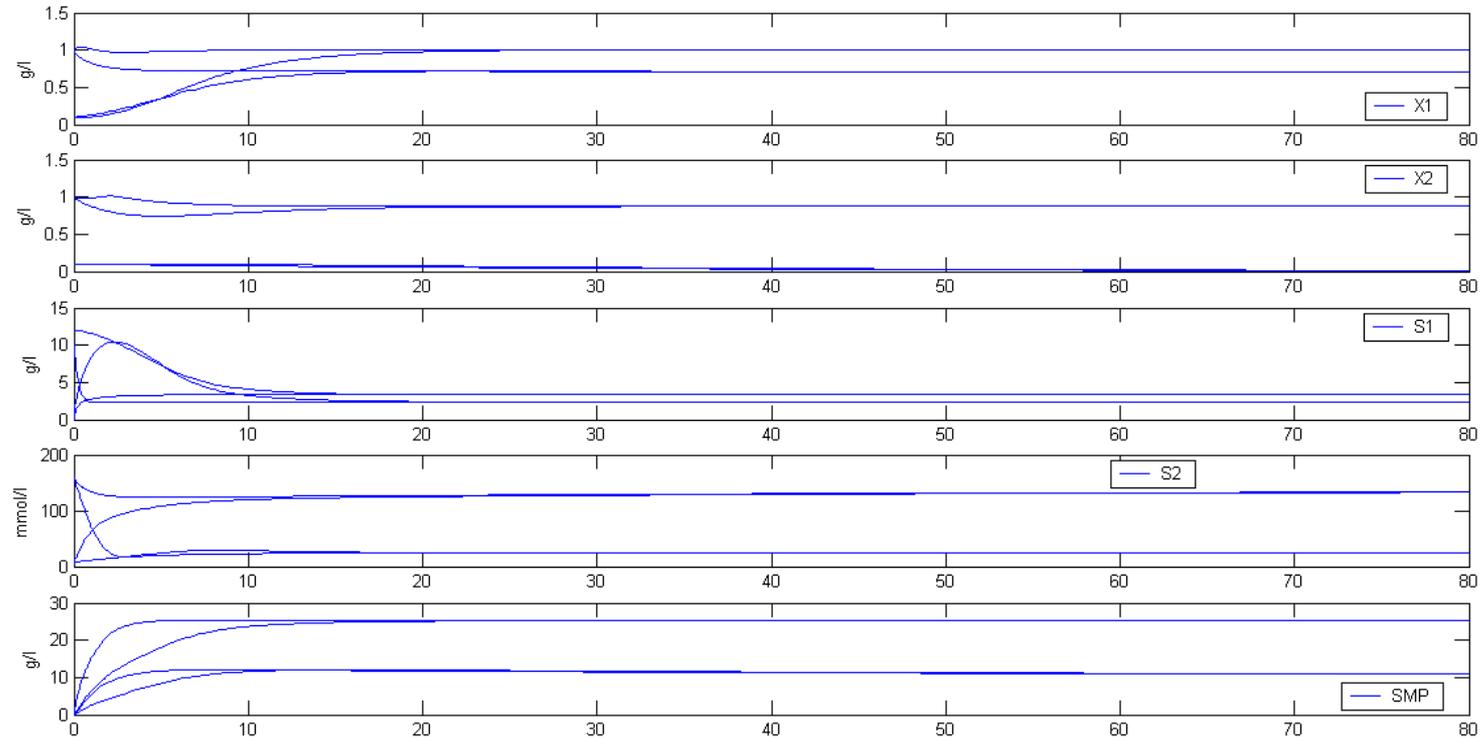


Plan de phase :

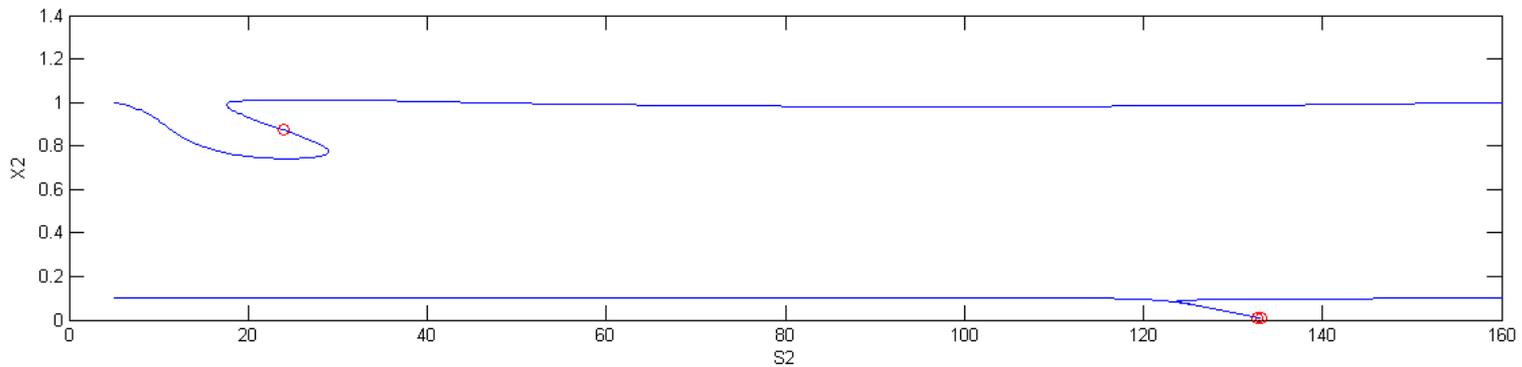
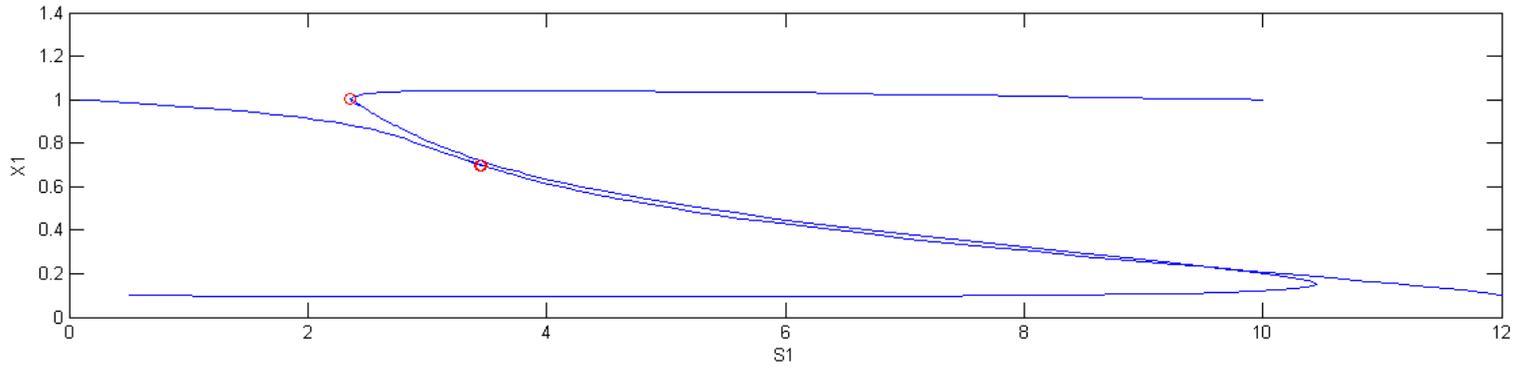


Quelques résultats de simulation :

$k_m < \mu_{\max 1}$, $k_m < \mu_{\max 2}$, $k_m < \mu_{\max}$ et différentes conditions initiales



Plan de phase :



Travail en cours avec le professeur Tewfik SARI :

Analyse mathématiques du modèle proposé :

- Étudier tous les équilibres possibles du modèle AMOCO.
- Étudier l'indice de risque de déstabilisation du système.
- Étudier l'effet de la nouvelle variable SMP sur le système (couplage, bifurcation des équilibres, ...)



Perspectives du modèle proposé

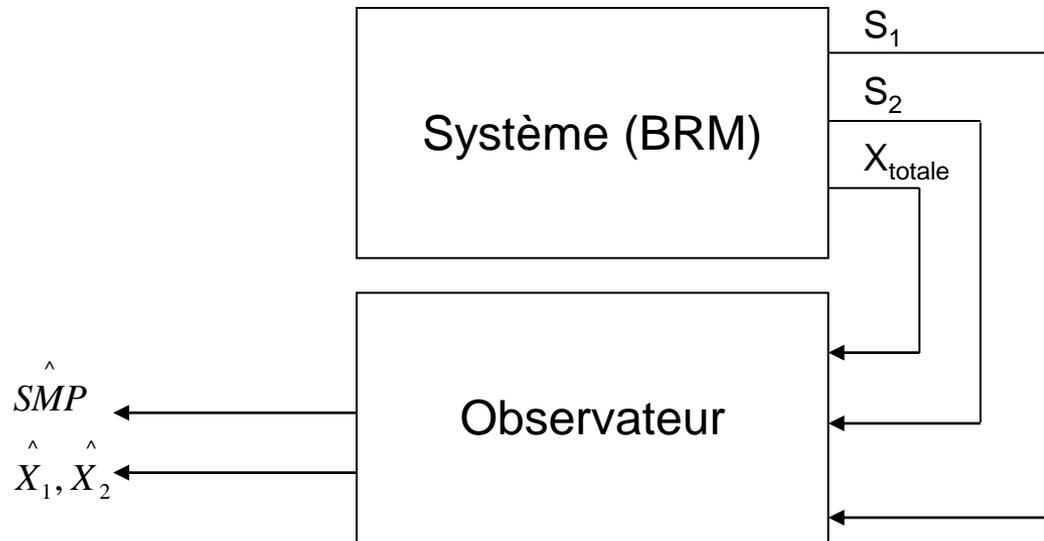
- Coupler ce modèle avec un modèle de colmatage.
- Concevoir des observateurs pour estimer les SMP dans le bioréacteur.
- Synthétiser des lois de commande permettant de stabiliser le système autour d'un point de fonctionnement.
- Minimiser les SMP dans le bioréacteur, en appliquant au système un contrôle optimal afin de minimiser le colmatage membranaire.
- Valider le modèle sur des données expérimentales d'un BRM anaérobie (travail à long terme sur le BRM de Tlemcen).



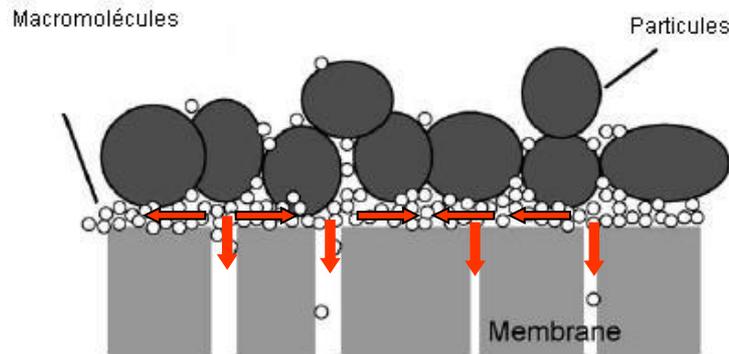
Estimation des SMP par des observateurs :

- Plusieurs définitions des SMP sont proposées dans la littérature.
- Difficile de mesurer ces SMP.

Pourquoi pas synthétiser des observateurs pour estimer les SMP.



Commander le système afin de minimiser les SMP:



La résistance membranaire augmente avec l'augmentation de la concentration de la liqueur mixte (pour les pores ce sont les SMP qui jouent un rôle important).

- Développer la deuxième moitié du modèle : Modèle de colmatage ($R=fct(SMP)$)
- Une loi de commande permettant de minimiser la concentration des SMP dans le milieu réactionnel.
 - en utilisant les deux modèle Biologique+de colmatage, prévenir le colmatage membranaire et agir a priori.

Validation du modèle proposé sur des données expérimentales :

Ce travail est à long terme (au moins sur deux ans) sur le BRM de Tlemcen.

- Caler les paramètres du modèle.
- Tester les lois de commande proposées.



Quelques références bibliographiques :

- A.N.L. NG et A. Kim, *A mini review of modeling studies on membrane bioreactor (MBR) treatment for municipal wastewater*, Desalination 212 pp 261-281, 2007.
- C. S. Lapidou et B. E. Rittmann, *A Unified theory for extracellular polymeric substances, soluble microbial products, and active and inert biomass*, Water Research 36, pp 2711-2720, 2002.
- C. S. LASPIDOU et B. E. RITTMANN, *Non-steady state modeling of extracellular polymeric substances, soluble microbial products, and active and inert biomass*, Water Res., 36, pp 1983-1992, 2002.
- D. BARKER et D. STUCKEY, *A review of soluble microbial products (SMP) in wastewater treatment systems*, Water Ressources Vol. 33, N 14, pp. 3082-3082, 1999.
- D. NOGUERA et al., *Soluble Microbial Products (SMP) in Anaerobic Chemostats*, Biotechnol. Bioeng., 44, pp 1040, 1994.
- D. BARKER et D. STUCKEY, *Modelling of soluble Microbial Products in Anaerobic Digestion : the effect of Feed Strength and Composition*, Water Environ. Res., 73 (2), pp 173-184, 2001.
- F. MENG et al, *Recent advances in membrane bioreactors (MBRs): Membrane fouling and membrane material*, Water Research, 43, pp 1489-1512, 2009.
- GAETANO DI BELLA et al, *An integrated model for physical-biological wastewater organic removal submerged membrane bioreactor: model development and parameter estimation*, Membrane science, 2008.
- O. BERNARD et al, *Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process*, Biotechnology and Bioengi., 75, 2001.
- P. LE-CLECH et al., *Fouling in membrane bioreactors used in wastewater treatment*, Membrane science, 284, pp 17-53, 2006.
- S. AQUINO, *Formation of soluble microbial products (SMP) in anaerobic reactors during stress conditions*, A doctorate thesis, University of London, 2004.
- S. Aquino et D. Stuckey, *Integrated model of the production of soluble microbial products (SMP) and extracellular polymeric substances (EPS) in anaerobic chemostats during transient conditions*, Biochemical Engineering Journal, 38, pp 138-146, 2008.
- S. AQUINO, *Formation of soluble microbial products (SMP) in anaerobic reactors during stress conditions*, A doctorate thesis, University of London, 2004.
- T. JIANG, *Characterization and modeling of soluble microbial products in membrane bioreactors*, Phd thesis, University of Gent, 2007.



MERCI

