



Montpellier SupAgro-INRA  
UMR-MISTEA

# Modélisation du colmatage de la membrane dans un BRMAN

Rencontre TREASURE

Tunis 23-26 Novembre 2010

Présenté par: Amine CHARFI

Encadré par: Nihel BEN AMAR  
Jérôme Harmand

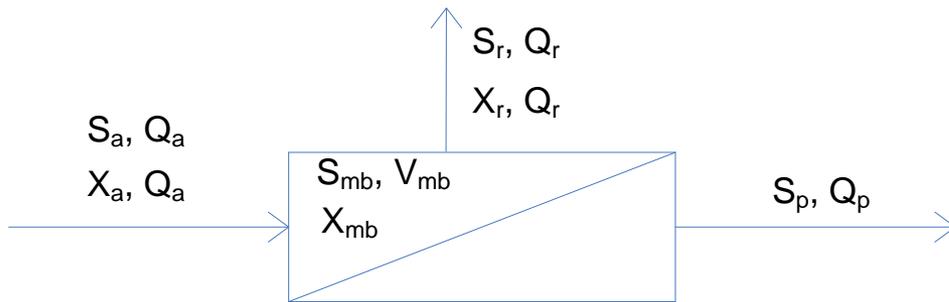
## But du modèle

Modéliser l'accumulation de la biomasse et des produits microbien soluble (SMP) au niveau de la membrane du BRMAn.

## Hypothèses

⇒ Les bactéries de 0,1-15 $\mu\text{m}$  sont totalement retenues par les membranes MF( $\geq 0,1\mu\text{m}$ ) et UF(0,01-0,1 $\mu\text{m}$ )

⇒ Les **SMP** sont définis comme des colloïdes et des solutés de taille inférieure à 0,45 $\mu\text{m}$  et ainsi ces SMP ne seront que partiellement retenus par les membranes de BRM (Jiang et al.2008)



Procédé de filtration membranaire

S: Concentration des SMP ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

X: Concentration de la biomasse ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

Q: Débit ( $\text{m}^3/\text{h}$ )

$V_{mb}$ : Volume du module de la membrane ( $\text{m}^3$ )

*indice*

a: alimentation

r: retentat

p: permeat

mb: membrane

R: rétention de la membrane

$$V_{mb} \frac{dS_{mb}}{dt} = S_a Q_a - S_p Q_p - S_r Q_r$$

$$V_{mb} \frac{dX_{mb}}{dt} = X_a Q_a - X_r Q_r$$

$$Q_a = Q_p + Q_r \quad (\text{Conservation du débit})$$

$$R = 1 - \frac{S_p}{S_{mb}}$$

On a:  $Q=J.A$

$$V_{mb} \frac{dS_{mb}}{dt} = S_a J_a A - S_{mb} J_p A (1 - R) - S_r A (J_a - J_p)$$

$$V_{mb} \frac{dX_{mb}}{dt} = X_a J_a A - X_r A (J_a - J_p)$$

Variables qui varient au cours du temps	Variables fixes
<p><math>J_p</math>: Flux du permeat (<math>m^3/m^2 h</math>)</p> <p><math>S_{mb}</math>: concentration des SMP au niveau de la membrane (<math>kg/m^3</math>)</p> <p><math>X_{mb}</math>: concentration de la biomasse au niveau de la membrane (<math>kg/m^3</math>)</p> <p><math>R</math>: la rétention de la membrane</p>	<p><math>J_a</math>: Flux de l'alimentation (<math>m^3/m^2 h</math>)</p> <p><math>S_a</math>: concentration des SMP à l'alimentation de la membrane (<math>kg/m^3</math>)</p> <p><math>X_a</math>: concentration de la biomasse à l'alimentation de la membrane (<math>kg/m^3</math>)</p> <p><math>X_r</math>: concentration de la biomasse au niveau du retentat (<math>kg/m^3</math>)</p> <p><math>S_r</math>: concentration des SMP au retentat (<math>kg/m^3</math>)</p> <p><math>V_{mb}</math>: Le volume du module de filtration est fixe (<math>m^3</math>)</p> <p><math>A</math>: la surface de la membrane (<math>m^2</math>)</p>

## Rétention des solutés (SMP)

Modèle de Spiegler-Kedem de rétention

$$R = \frac{\sigma \{ \exp[(1 - \sigma)Pe] - 1 \}}{\exp[(1 - \sigma)Pe] - \sigma}$$

$\sigma$ : Coefficient de réflexion

Pe: Nombre de Peclet

**Nombre de Peclet** représente le rapport entre le transport par convection et le transport par diffusion. Pour  $Pe \ll 1$  le transport est dominé par diffusion et il est dominé par convection pour  $Pe \gg 1$ .

$$Pe = \frac{J_p}{P_s}$$

$J_p$ : Flux de permeat

$P_s$ : perméabilité du soluté

**Coefficient de réflexion:** est un paramètre qui mesure le degrés de semi-permeabilité de la membrane reflétant sa capacité de faire passer le solvant de préférence au soluté.  $\sigma = 1$  veut dire qu'il n'y a pas eu de transport par convection du soluté.

$$\sigma = 1 - \varphi_s K_c$$

$\varphi_s$  : coefficient de partition du soluté

$K_c$  : le facteur de friction convectif

## La perméabilité du soluté

$$P_s = \varphi_s D_s K_d / L_{eff}$$

$\varphi_s$  : coefficient de partition du soluté

$K_d$  : le facteur de friction diffusif

$D_s$  : le coefficient de diffusion

$L_{eff}$ : épaisseur efficace de la membrane (m)

## Coefficient de partition du soluté

$$\varphi_s = \left( 1 - \frac{r_s}{r_p} \right)^2$$

$r_s$ : rayon du soluté (m)

$r_p$ : rayon du pore (m)

## Epaisseur efficace de la membrane

$$l_{eff} = l_m / \varepsilon$$

$l_m$ : épaisseur de la membrane (m)

$\varepsilon$ : porosité de la membrane

## l'équation de Hagen-Poiseuille

$$l_{eff} = \frac{r_p^2}{8 L_p \mu}$$

$r_p$ : rayon du pore (m)

$L_p$ : perméabilité à l'eau ( $\text{m}^3\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}\text{Pa}^{-1}$ )

$\mu$ : viscosité dynamique (Pa.s)

## La diffusivité exprimé par la relation d'Einstein-Stokes

$$D_s = \frac{k_B T}{6 \pi \mu r_s}$$

$r_s$  : rayon des solutés (m)

$k_B$  : constante de Boltzmann ( $1.380\ 6504(24) \cdot 10^{-23} \text{ m}^2\text{kg}\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}$ )

T : température ( K)

$\mu$ : viscosité dynamique (Pa.s)

## Le flux de permeat dans le cas d'un colmatage par la formation d'un gâteau (Hermia, 1982)

$$J_p = \frac{J_0}{(2 k A^2 t J_0^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$k = \frac{R' C \mu_p}{A^2 \Delta P}$$

$J_0$ : flux initial ( $\text{m}^3 \text{m}^{-2} \text{h}^{-1}$ )

$C$ : La concentration de la matière en suspension dans l'alimentation ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

$R'$ : résistance spécifique du gâteau ( $\text{m kg}^{-1}$ )

$\mu_p$ : viscosité du permeat ( $\text{Pa.s}$ )

$A$ : surface de la membrane ( $\text{m}^2$ )

$\Delta P$ : pression transmembranaire ( $\text{Pa}$ )

### Pression transmembranaire (Loi de Darcy)

$$\Delta P = J_p \mu (R_m + R_c)$$

$J_p$ : Flux de permeat ( $\text{m}^3 \text{m}^{-2} \text{h}^{-1}$ )

$\mu$ : viscosité dynamique ( $\text{Pa.s}$ )

$R_m$ : résistance de la membrane propre ( $\text{m}^{-1}$ )

$R_c$ : résistance du gâteau ( $\text{m}^{-1}$ )

## Résistance du gâteau (Ho et Zydney, 2000)

$$R_c = \frac{R' V_{mb}}{A} \int \frac{dX_{mb} + dS_{mb}}{dt}$$

$R'$  : résistance spécifique du gâteau ( $\text{m kg}^{-1}$ )

$A$ : surface de la membrane ( $\text{m}^2$ )

$m$ : masse de la matière déposée sur la membrane (kg)

## Résistance spécifique du gâteau (Equation de Carmen-Kozney )

$$R' = 45 \cdot \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3 \cdot r^2 \cdot \rho}$$

$\varepsilon$  : porosité du gâteau

$r$  : rayon des particules qui forment le gâteau (m)

$\rho$ : masse volumique du gâteau ( $\text{kg m}^{-3}$ )

$$V_{mb} \frac{dS_{mb}}{dt} = S_a J_a A - S_{mb} J_p A (1 - R) - S_r A (J_a - J_p)$$

$$V_{mb} \frac{dX_{mb}}{dt} = X_a J_a A - X_r A (J_a - J_p)$$

$$R_c = \frac{R' V_{mb}}{A} \int \frac{dX_{mb} + dS_{mb}}{dt}$$

$$R' = 45 \cdot \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^3 \cdot r^2 \cdot \rho}$$

$$\Delta P = J_p \mu (R_m + R_c)$$

$$J_p = \frac{J_0}{(2 k A^2 t J_0^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$k = \frac{R' C \mu_p}{A^2 \Delta P}$$

$$R = \frac{\sigma \{ \exp[(1 - \sigma) P e] - 1 \}}{\exp[(1 - \sigma) P e] - \sigma}$$

$$\sigma = 1 - \varphi_s K_c$$

$$P e = \frac{J_p}{P_s}$$

$$P_s = \varphi_s D_s K_d / l_{eff}$$

$$D_s = \frac{k_B T}{6 \pi \mu r_s}$$

$$\varphi_s = \left( 1 - \frac{r_s}{r_p} \right)^2$$

$$l_{eff} = \frac{r_p^2}{8 L_p \mu}$$

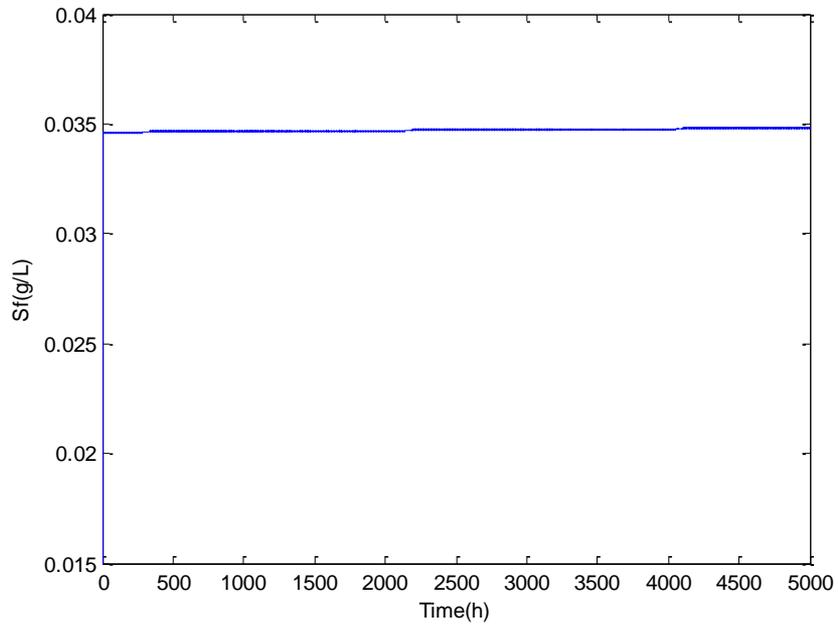
## Simulation

- Pour une boue anaérobie de traitement des eaux usées municipale de 5gMES/L, la viscosité est de  $1,362 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  (*Ho et Sung, 2009*)
- La concentration initiale en SMP est de 0,015g/L
- La membrane considérée est une membrane organique (PESM) de Inge

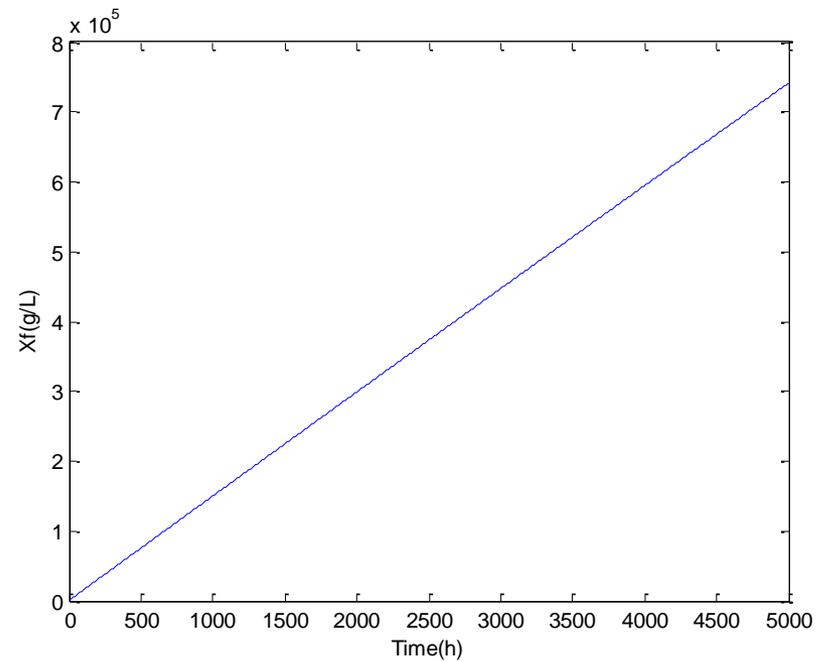
$$r_p = 2 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

$$L_p = 1,52 \cdot 10^{-9} \text{ (m}^3\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}\text{Pa}^{-1}\text{)}$$

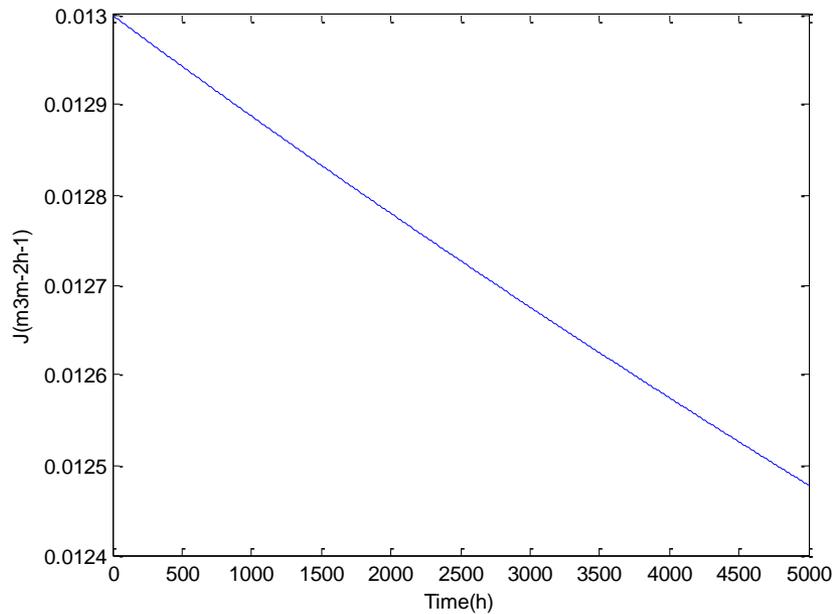
$$A = 1 \text{ m}^2$$



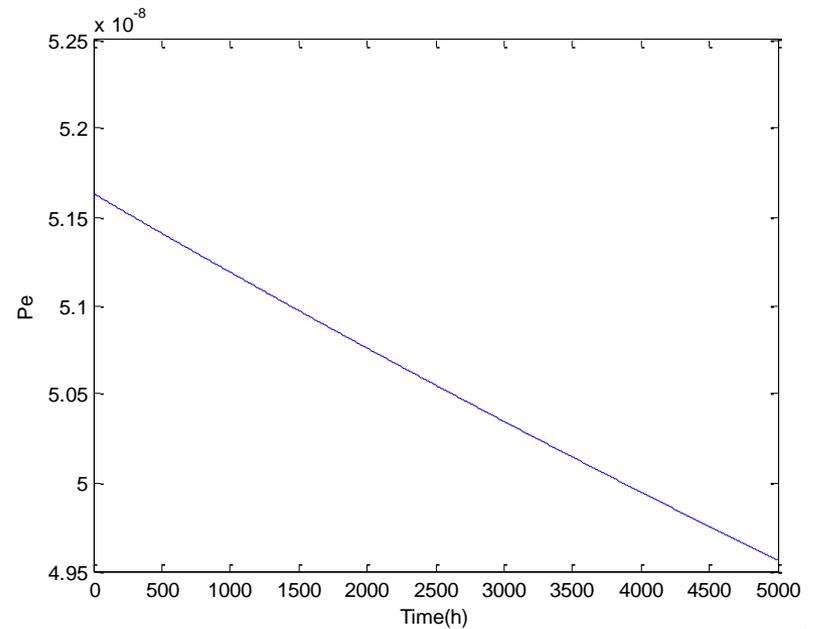
Concentration des SMP en fonction du temps



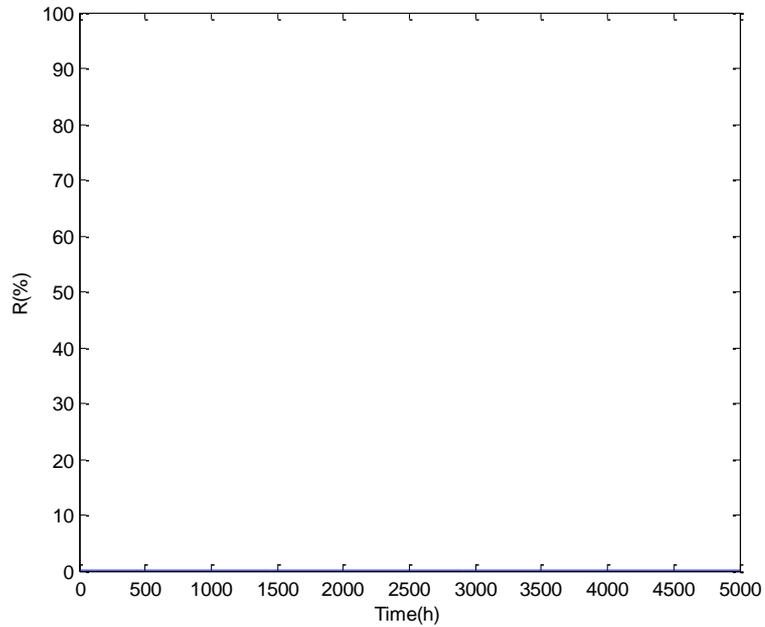
Concentration de la biomasse en fonction du temps



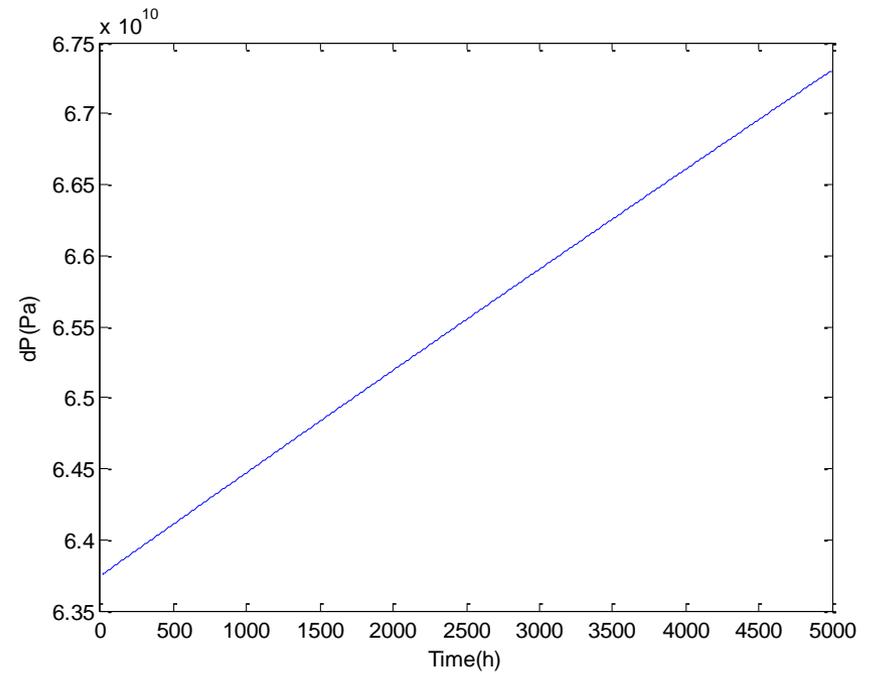
Flux de permeat en fonction du temps



Nombre de Peclet en fonction du temps



Rétention en fonction du temps



Pression transmembranaire en fonction du temps

## Conclusions

- Ce modèle permet de prévoir l'évolution de la pression transmembranaire et de la concentration de la biomasse accumulée au niveau de la membrane ainsi que la chute du flux de perméat

## Perspectives

- Exprimer les concentrations au retentat de la biomasse et des SMP
- Pour la simulation: considérer d'autres membranes ainsi que d'autres paramètres de fonctionnement (Température, viscosité de la biomasse, concentration à l'alimentation de la membrane ) et comparer les résultats de simulations
- Prévoir un facteur qui exprime l'adhésion des particules à la membrane
- Exprimer les cycles de lavage de la membrane
- Coupler le modèle de colmatage de la membrane avec un modèle de croissance de biomasse dans le réacteur qui précède la membrane